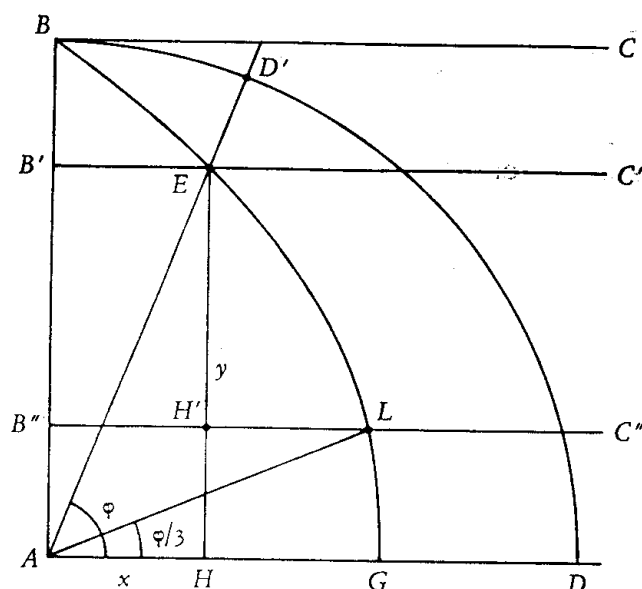


LA TRISETTRICE DI IPPIA

Nel suo tentativo di risolvere il problema della **trisezione dell'angolo**, il filosofo sofista **Ippia**, nato intorno al 460 a.C., inventò una nuova curva, che prese il nome di **trisettrice**. La sua costruzione per punti si effettua nel modo seguente.

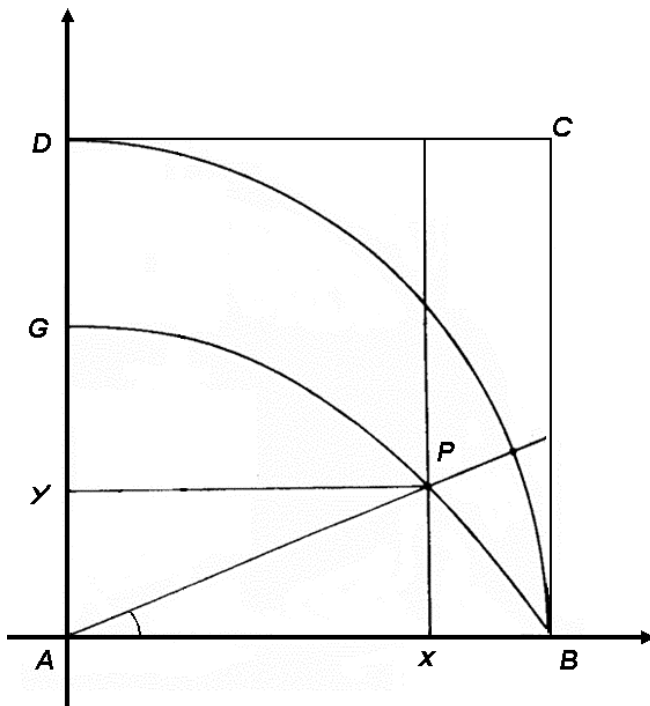


Si supponga che il segmento AB ruoti intorno ad A in senso orario, con velocità costante, fino a sovrapporsi al segmento AD . Si supponga inoltre che, nello stesso intervallo di tempo, il segmento BC trasli parallelamente a se stesso, con velocità costante, fino a sovrapporsi anch'esso al segmento AD . Durante questo movimento, il punto d'intersezione dei due segmenti in moto ($B \rightarrow E \rightarrow L \rightarrow G$) descrive la **trisettrice**.

Per trisecare il generico angolo $\varphi = \angle D'AD$ si procede così. Sia E il punto d'intersezione della trisettrice con $D'A$. Si cali da E la perpendicolare ad AD , sia H il piede della perpendicolare. Sia H' il punto del segmento HE tale che $HH' = 1/3 HE$. Si conduca la parallela a BC per H' . Sia L il suo punto d'intersezione con la trisettrice. Allora $\angle LAD = 1/3 \varphi$.

L'EQUAZIONE CARTESIANA DELLA TRISSETTRICE

Per ricavare l'equazione cartesiana della trisettrice conviene orientare il **piano cartesiano** in modo che l'origine coincida con A , il lato AB giaccia sull'asse delle ascisse, il lato AD sull'asse delle ordinate (noi ribalteremo la figura)



Nel tempo $T/4$ in cui il raggio $AB (=a)$ ruota con velocità angolare ω e arriva in AD , il segmento BC , che si muove con velocità v , arriva in DC ;

dunque $\omega T/4 = \pi/2$ e $v T/4 = AB$,
da cui $\omega/v = \pi/2a$ $\omega = v \pi/2a$

$$x = a - vt$$

tramite similitudine si ottiene:

$$x : AB = y : AB \operatorname{tg} \omega t$$

$$\text{da cui } y = x \operatorname{tg} \omega t$$

$$\text{e poiché } \omega t = vt \pi/2a = (a - x) \pi/2a$$

$$\text{si ottiene } y = x \operatorname{tg}[(a - x) \pi/2a];$$

infine, usando gli archi associati

si perviene a $y = x \operatorname{cotg}[\pi/2 - (a - x) \pi/2a]$, ossia

$$y = x \operatorname{cotg}(\pi x/2a) \quad \text{con} \quad 0 \leq x \leq a \quad \text{e} \quad 0 \leq y \leq c$$

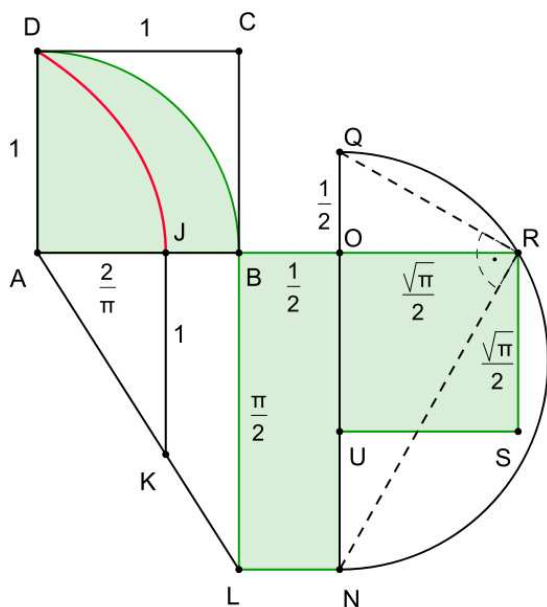
$$c \text{ (ordinata di G) si ottiene con il } \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}} = \frac{2a}{\pi}$$

,

QUADRATRICE DI DINOSTRATO

Nella sua opera il geometra tardo-ellenistico **Pappo** tramanda che ***Dinostrato***, fratello di **Menecmo**, studiando la curva introdotta da Ippia per trisecare gli angoli, notò che poteva servire anche per la quadratura del cerchio, e perciò la trisettrice di Ippia è anche nota come ***quadratrice di Dinostrato***. Infatti, l'ascissa dell'intersezione **J** della quadratrice con AD è pari a $2a/\pi$.

Ragionando sul quadrato di lato 1 (ABCD, vedi figura sotto), e partendo dalla misura di **AJ** si perviene facilmente a costruire il lato **BL** di misura $\pi/2$. Il rettangolo **BLNO** (avente il lato **BO** di lunghezza 1/2) è equivalente al cerchio di diametro unitario **AB**. Il quadrato equivalente si ricava immediatamente, sfruttando il **II teorema di Euclide**: il suo lato è l'altezza relativa all'ipotenusa **QN=BO+BL** del triangolo rettangolo avente i cateti tali che le loro proiezioni sull'ipotenusa siano proprio equivalenti a **BO** e **BL**.



$$\widehat{BD}: AD = AD : AG$$

Avendo messo la lunghezza dell'arco BD in relazione con lunghezze di segmenti, è facile costruire un segmento avente la lunghezza dell'arco BD . Detta b questa lunghezza, si costruisca la media geometrica fra a e $2b$. La grandezza ottenuta è il lato del quadrato cercato.