

Esercizi sul limite fondamentale e

Spesso gli esercizi si presentano nella forma

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \left(1 + \frac{1}{f(x)} \right)^{g(x)} \quad \text{con } f(x) \text{ e } g(x) \text{ che tendono a infinito}$$

Anziché sostituire $f(x) := t$ e ricavare la x , conviene riscrivere

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \left(1 + \frac{1}{f(x)} \right)^{f(x) \cdot \frac{g(x)}{f(x)}} = e^{\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x)}{f(x)}}$$

Esempio.

$$\text{Calcolare } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^{\frac{x^2}{x+1}}$$

“sistemiamo” l'interno della tonda

$$\frac{x+2}{x-3} = 1 + \frac{x+2}{x-3} - 1 = 1 + \frac{5}{x-3} = 1 + \frac{1}{\frac{x-3}{5}}$$

$$\text{Dunque calcoliamo } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x-3}{5}} \right)^{\frac{x-3}{5} \cdot \frac{5}{x-3} \cdot \frac{x^2}{x+1}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x-3} \cdot \frac{x^2}{x+1}} = e^5$$