

IL CONCETTO DI OPERAZIONE/FUNZIONE INVERSA

COME SI RISOLVONO LE (DIS)EQUAZIONI

TUTTI SONO FELICI QUANDO ARRIVANO A «LIBERARE» LA x OVVERO A
SCRIVERE $x = \dots$ PERCHÉ LA SOLUZIONE È SOSTANZIALMENTE TROVATA:

STA SCRITTA DALL'ALTRA PARTE DEL PREDICATO



L'INVERSA DELLA SOMMA È LA DIFFERENZA L'INVERSA DELLA DIFFERENZA È LA SOMMA

Come si risolve l'equazione $x + 3 = 7$? La x è stata **sporcata sommando** un 3. Per trovare il valore da dare alla x bisogna 'tornare indietro', **sottrarre** un 3 da entrambe le parti:

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$x = 4$$

Come si risolve l'equazione $x - 3 = 7$?

La x è stata **sporcata sottraendo** un 3. Per 'liberare' la x bisogna 'tornare indietro', **sommare** un 3 da entrambe le parti:

$$x - 3 + 3 = 7 + 3$$

$$x = 10$$



L'INVERSA DELLA MOLTIPLICAZIONE È LA DIVISIONE L'INVERSA DELLA DIVISIONE È LA MOLTIPLICAZIONE

Come si risolve l'equazione $3x = 10$? La x è stata 'sporcata' moltiplicandola per 3. Per 'liberare' la x bisogna dividere da entrambe le parti per 3:

$$\frac{3x}{3} = \frac{10}{3} \quad \text{ovvero} \quad x = \frac{10}{3}$$

Come si risolve l'equazione $\frac{x}{5} = 3$? La x è stata 'sporcata' dividendola per 5. Per 'liberare' la x bisogna moltiplicare da entrambe le parti per 5:

$$\frac{x}{5} \cdot 5 = 3 \cdot 5 \quad \text{ovvero} \quad x = 15$$



L'INVERSA DELLA POTENZA È LA RADICE L'INVERSA DELLA RADICE È LA POTENZA

Come si risolve l'equazione $x^3 = 14$? La x è stata **elevata alla terza**. Per 'liberare' la x bisogna **estrarre la radice terza** (cubica) da entrambe le parti:

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{14} \quad \text{ovvero} \quad x = \sqrt[3]{14}$$

Come si risolve l'equazione $x^2 = 11$? La x è stata **elevata alla seconda**. Per 'liberare' la x bisogna **estrarre la radice seconda** (quadrata) da entrambe le parti:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{11} \quad \text{ovvero} \quad |x| = \sqrt{11}$$

Come si risolve l'equazione $\sqrt[4]{x} = 3$? La x è stata '**sporcata**' estraendone la **radice quarta**. Qui, dato per scontato che sia $x \geq 0$, per 'liberare' la x bisogna **elevare alla quarta** da entrambe le parti:

$$(\sqrt[4]{x})^4 = 3^4 \quad \text{ovvero} \quad x = 81$$

SEQUENZA DI OPERAZIONI INVERSE

L'operazione inversa di «avanzare di 3 passi, voltarsi di 90° a destra e accovacciarsi» è: «rimettersi in piedi, voltarsi di 90° a sinistra e indietreggiare di 3 passi».

Quando si fanno più operazioni per tornare al punto di partenza bisogna fare le operazioni inverse ... in ordine inverso.

Prendi la x , **moltiplicala per 2**, **aggiungi 7**, **fai la radice cubica** di tutto... ottieni 4 

Prendi il 4, **eleva al cubo**, **sottrai 7**, **dividilo per 2**... hai la x

$$\sqrt[3]{(2x + 7)} = 4$$

$$2x + 7 = 4^3 \qquad 2x = 64 - 7 \qquad x = \frac{57}{2}$$

Risolvere equazioni significa compiere una serie di operazioni inverse

OSSERVIAMO CHE

Prendiamo un b qualsiasi, esponenzializziamolo con base a , logaritmizziamo il tutto con la medesima base a ... riotteniamo b :

$$b \rightarrow a^b \rightarrow \log_a(a^b) = b$$

Prendiamo un $b > 0$, logaritmizziamolo con base a , esponenzializziamo il tutto con base a ... riotteniamo b :

$$b \rightarrow \log_a b \rightarrow a^{\log_a b} = b$$

RICORDA BENE: le operazioni di esponenzializzazione e di logaritmizzazione con la stessa base sono **l'una** l'inversa **dell'altra**


$$\log_a(a^b) = b$$

$$a^{\log_a b} = b$$

L'INVERSA DELL'ESPONENZIALIZZAZIONE È LA LOGARITMIZZAZIONE

Come si risolve l'equazione $3^x = 81$? La x è stata 'sporcata' esponenzializzandola con base 3.
Per 'liberare' la x bisogna logaritmizzare con base 3 da entrambe le parti:

$$\log_3 3^x = \log_3 81 \quad \text{ovvero} \quad x = 4$$

Come si risolve l'equazione $2^x = 31$? La x è stata 'sporcata' esponenzializzandola con base 2.
Per 'liberare' la x bisogna logaritmizzare con base 2 da entrambe le parti:

$$\log_2 2^x = \log_2 31 \quad \text{ovvero} \quad x = \log_2 31$$

In generale, qual è l'operazione che ci consente di passare da $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ a $f(x) = g(x)$?
(Anche se non la si scrive) è l'operazione di logaritmizzazione in base a da entrambe le parti.

$$\log_a(a^b) = b$$

L'INVERSA DELLA LOGARITMIZZAZIONE È L'ESPONENZIALIZZAZIONE

Come si risolve l'equazione $\log_2 x = 3$? La x è stata 'sporcata' **logaritmandola con base 2**.

Per 'liberare' la x bisogna **esponenzializzare con base 2** da entrambe le parti:

$$2^{\log_2 x} = 2^3 \quad \text{ovvero} \quad x = 8$$

In generale, **qual è l'operazione** che ci consente di passare da $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

al sistema $\left\{ \begin{array}{ll} f(x) > 0 & \text{C.R.} \\ g(x) > 0 & \text{C.R.} \\ f(x) = g(x) \end{array} \right. ?$

Nell'equazione in alto le condizioni di realtà (C.R.) sono superflue (pensateci!); in esercizi con più logaritmi (o nelle disequazioni logaritmiche) le C.R. possono invece essere indispensabili e vanno a sistema con il primo passaggio. Nel sistema a sinistra una delle due condizioni è superflua. Perché?

(Anche se non la si scrive) **è l'operazione di esponenzializzazione** con base a da entrambe le parti.

$$a^{\log_a b} = b$$