Su di una funzione che calcoli l'ammontare del risarcimento

Detto Z l'ammontare del risarcimento, una funzione F che stabilisca i risarcimenti sulla base della percentuale di invalidità (variabile x) e sulla base dell'aspettativa di vita (variabile y), per essere (non si dice equa ma almeno) accettabile dal punto di vista logico dovrebbe essere **una funzione $Z = F(x;y)$ con le seguenti caratteristiche**:

a) $F(0;y) = 0$ qualunque sia il valore di y, ossia il risarcimento deve essere 0 se non c'è invalidità;

b) $F(x;0) = 0$ qualunque sia il valore di x; ossia il risarcimento deve essere 0 se l'aspettativa di vita è 0 (danno subìto ad un'età superiore agli 85 anni);

c) fissato un valore x_0 per la percentuale di invalidità, la funzione $F(x_0;y)$ dovrà essere crescente nella y, ossia se $a > b$ dovrà essere $F(x_0;a) > F(x_0;b)$;

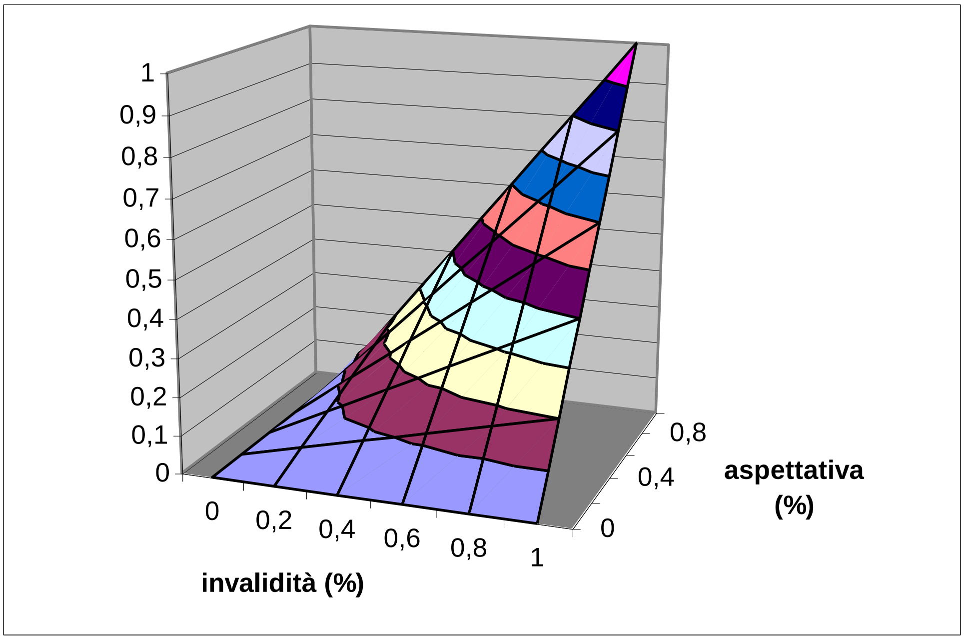
d) fissato un valore y_0 per l'aspettativa di vita, la funzione $F(x;y_0)$ dovrà essere crescente nella x, ossia se $a > b$ dovrà essere $F(a; y_0) > F(b; y_0)$.

La percentuale di invalidità è già normalizzata a 1, nel senso che l'invalidità massima è il 100%, cioè 1. Normalizzando a 1 anche l'aspettativa di vita (in tal caso l'aspettativa di vita andrà divisa per 85, se 85 è la massima aspettativa di vita al giorno d'oggi) la funzione da scegliere $Z = F(x;y)$ avrà come dominio il quadrato $[0;1]x[0;1]$ del piano xy. Dovrà essere $F(1,1) = M$, dove M è il risarcimento massimo ammesso per un danno fisico del 100% e un'aspettativa di vita del 100 % (cioè danno del 100% subito in culla con un'aspettativa di vita di 85 anni).

La funzione più semplice che soddisfa i requisiti sopra è chiaramente la

$$F(x;y) = Mxy.$$

La superficie che si ottiene è la parte di iperboloide nello spazio cartesiano caratterizzato dalle coordinate positive. La particolarità dell'iperbolide (superficie rigata) è che, fissato il valore di x, il valore di Z è direttamente proporzionale al valore di y, e fissato il valore di y il valore di Z è direttamente proporzionale a quello di x. Nel grafico sotto si vedono le rette che "rigano" la superficie (curva!!). Le isoipse (curve di livello) sono delle iperboli, come mostra il grafico sotto (le isoipse separano i vari colori).



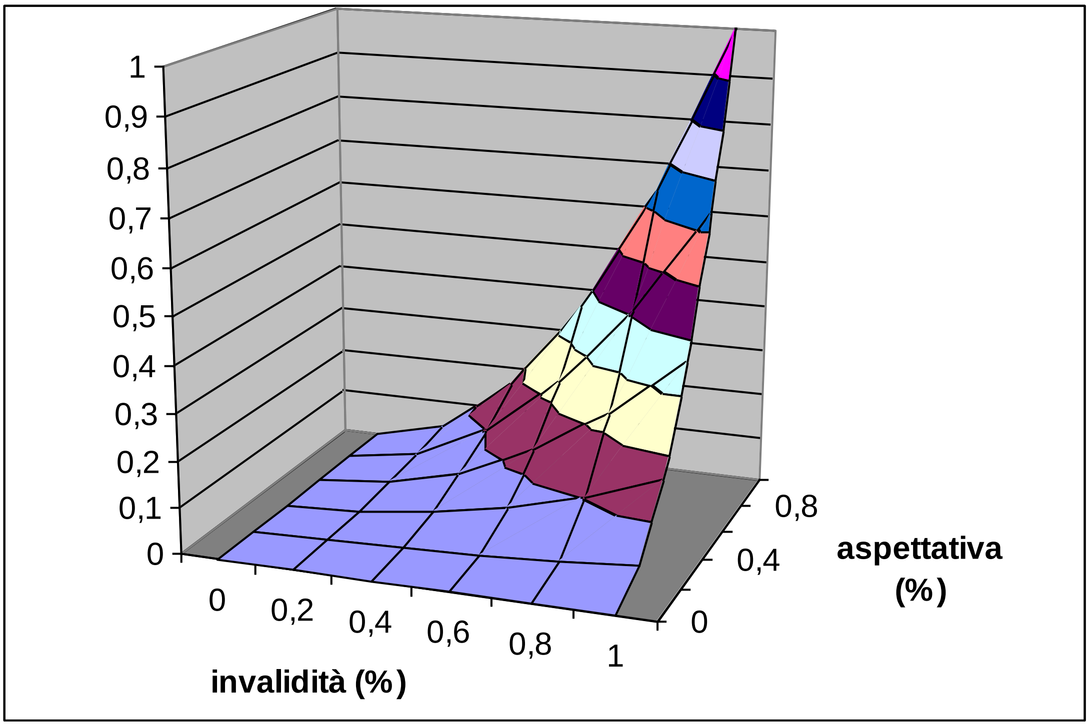
Riportiamo sotto la tabella dei valori corrispondenti,
orientata esattamente come il grafico:

0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	**1**	**y = percentuale di aspettativa di vita (%)**
0	0,16	0,32	0,48	0,64	0,8	**0,8**	
0	0,12	0,24	0,36	0,48	0,6	**0,6**	
0	0,08	0,16	0,24	0,32	0,4	**0,4**	
0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,2	**0,2**	
0	0	0	0	0	0	**0**	
0	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**		
x = percentuale di invalidità (%)							

Se invece si vuole che la proporzionalità tra Z e y (fissato x) e che tra Z e x (fissato y) sia di tipo quadratico (o di una potenza intermedia tra 1 e 2) allora la funzione da scegliere è del tipo $Z = M\,x^2y^2$ (oppure $Z = M\,x^ay^b$ con $1 < a < 2$ e $1 < b < 2$.

I valori di a e di b possono essere differenti tra di loro. In base alla scelta di a e di b si otterranno isoipse più schiacchiate sull'asse x o più schiacciate verso l'asse y) .

Riportiamo sotto il grafico della funzione $F(x;y)=x^2y^2$



e la corrispondente tabella dei valori,
sempre orientata esattamente come il grafico:

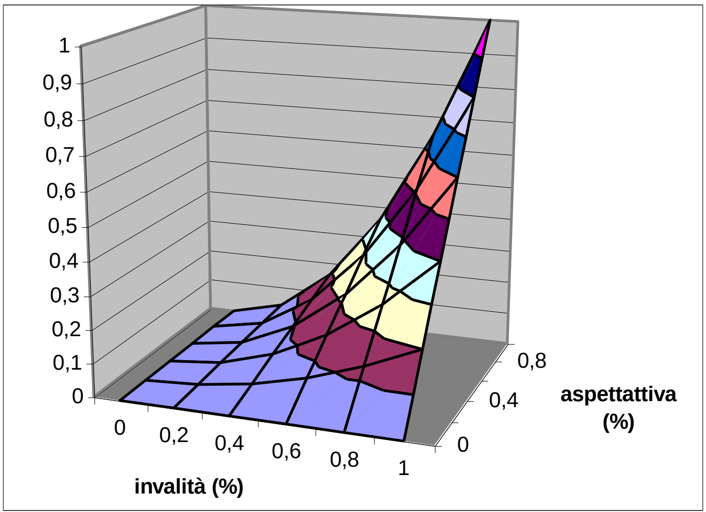
0	0,04	0,16	0,36	0,64	1	**1**	**y = percentuale di aspettativa di vita (%)**
0	0,026	0,10	0,23	0,41	0,64	**0,8**	
0	0,014	0,058	0,13	0,23	0,36	**0,6**	
0	0,006	0,026	0,058	0,10	0,16	**0,4**	
0	0,002	0,006	0,014	0,026	0,04	**0,2**	
0	0	0	0	0	0	**0**	
0	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**		
x = percentuale di invalidità (%)							

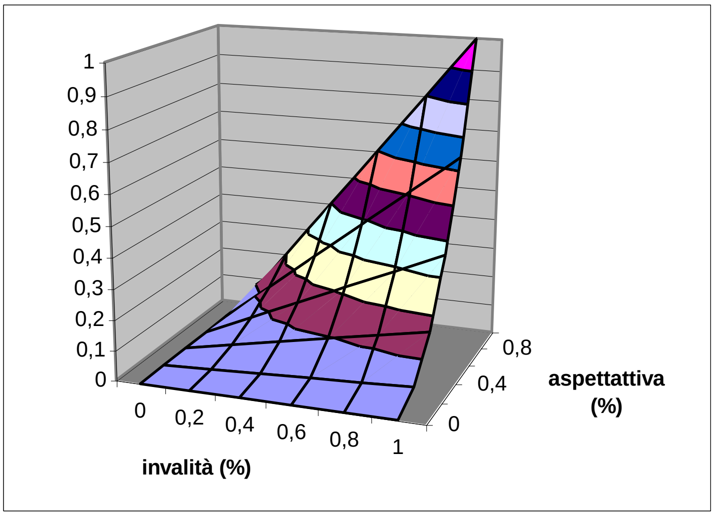
Il problema di questa scelta è che i risarcimenti diventano apprezzabili solo per percentuali di invalidità e di aspettativa di vita molto alte.

Riportiamo i casi particolari

$F(x;y)=x^2y$ e $F(x;y)=xy^2$

in cui la funzione è lineare in una incognita e quadratica nell'altra





per far il confronto tra le tabelle dei valori corrispondenti
(ovviamente tra loro simmetriche)

0	0,04	0,16	0,36	0,64	1	**1**	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0	0,03	0,13	0,29	0,51	0,8	**0,8**	0	0,13	0,26	0,38	0,51	0,64
0	0,02	0,1	0,22	0,38	0,6	**0,6**	0	0,07	0,14	0,22	0,29	0,36
0	0,02	0,06	0,14	0,26	0,4	**0,4**	0	0,03	0,06	0,1	0,13	0,16
0	0,01	0,03	0,07	0,13	0,2	**0,2**	0	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04
0	0	0	0	0	0	**0**	0	0	0	0	0	0
0	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**		**0**	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**

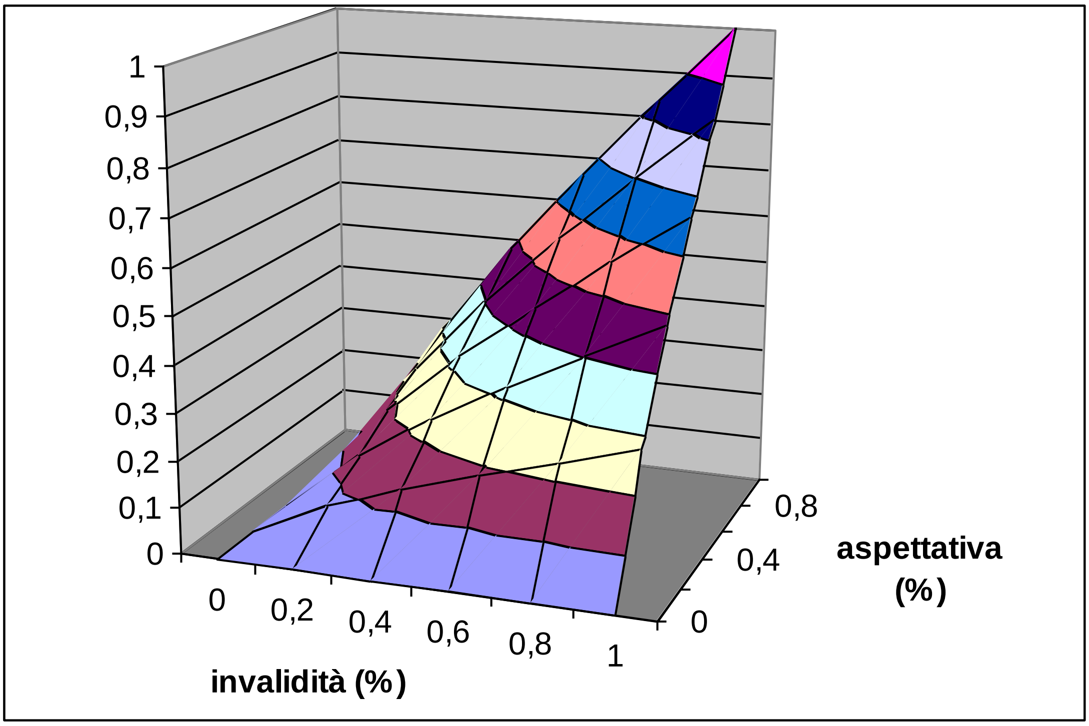
Tali valori sono i coefficienti che andranno a moltiplicare il valore M.

Esempio: per rendersi conto della maggiore o minore bontà dell'una e dell'altra, è sufficiente considerare l'unità di misura M = un milione di euro, corrispondente al massimo risarcimento possibile. Allora il risarcimento per una persona cui è stato diagnosticata l'80% di invalidità e con una aspettativa di vita di 34 anni da vivere ancora (pari al 20% di 85) sarà di 130.000 euro con la tabella di sinistra e di 30.000 euro con quella di destra.

Nella funzione $Z = F(x;y) = M\,x^a y^b$ variamo opportunamente gli esponenti a e b tra 1 e 2 si otterrà la funzione che più si desidera, soddisfacente le richieste iniziali.

Scegliendo a<1 e/o b<1 la superficie avrà andamento crescente ma con andatura concava per la variabile che ha esponente minore di 1.

Ecco la superficie che si ottiene per a = 0,8 e b = 0,8 ossia $F(x;y)=x^{0,8}\,y^{0,8}$

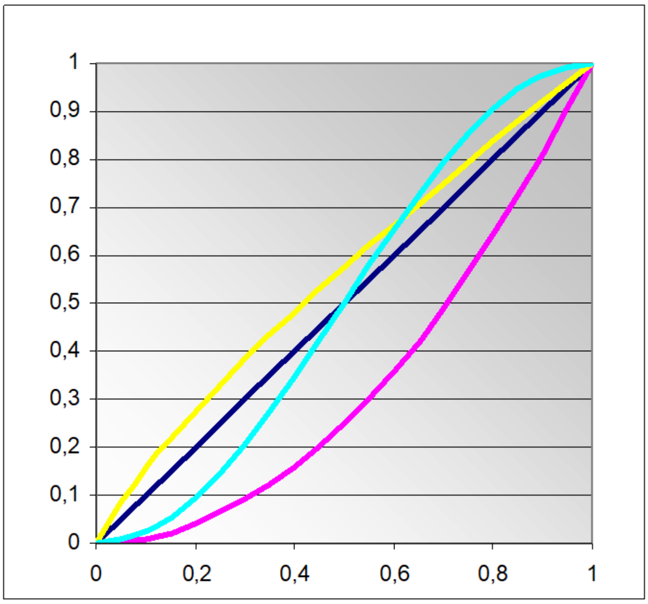


ed ecco la corrispondente tabella dei valori
sempre orientata esattamente come il grafico:

0	0,28	0,48	0,66	0,84	1	**1**	**y = percentuale di aspettativa di vita (%)**
0	0,231	0,40	0,56	0,70	0,84	**0,8**	
0	0,183	0,319	0,44	0,56	0,66	**0,6**	
0	0,133	0,231	0,319	0,40	0,48	**0,4**	
0	0,076	0,133	0,183	0,231	0,28	**0,2**	
0	0	0	0	0	0	**0**	
0	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**		
x = percentuale di invalidità (%)							

In questo caso si potrebbe obbiettare che anche per piccole invalidità e corta speranza di vita i risarcimenti sarebbero alti. A questo punto conviene allora chiederci: come deve crescere la funzione al crescere di una delle due variabili?

Le risposte possibili sono quelle rappresentate nel grafico alla pagina seguente.

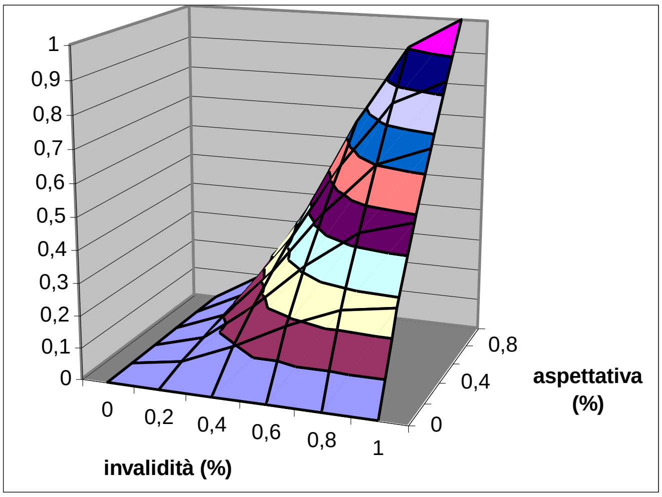


Fissata una delle due incognite, l'altra può crescere linearmente (blu), con legge quadratica (lilla), come una radice (in giallo, in realtà si è rappresentata la potenza 0,8) o con un andamento tipico della curva "logistica" (azzurro, che qui si è realizzato con una banale sinusoide)

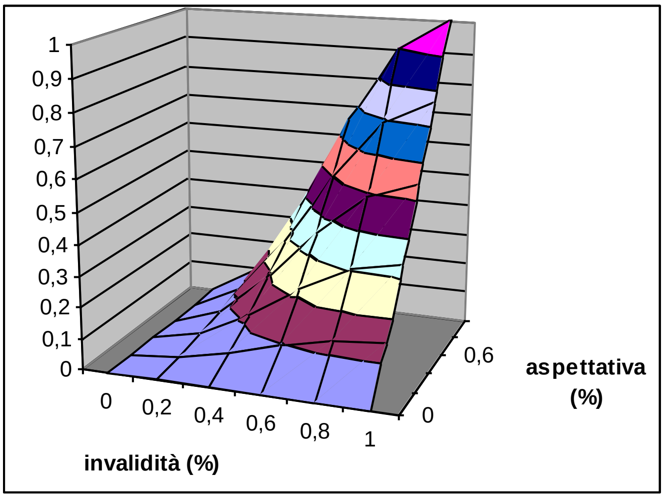
Considerazioni di natura psicologica e pratica (vedi le riflessioni che compaiono nei vari saggi in commercio sull'argomento) portano a dire che il risarcimento dovrebbe seguire la curva azzurra per l'invalidità, mentre considerazioni di natura economica portano a preferire una curva vicina a quella blu (un valore di b vicino a 1) per l'aspettativa di vita

La superficie che si ricava è dunque la seguente:

(aspettativa b=0,8)



(aspettativa b=1,2)



con i seguenti valori

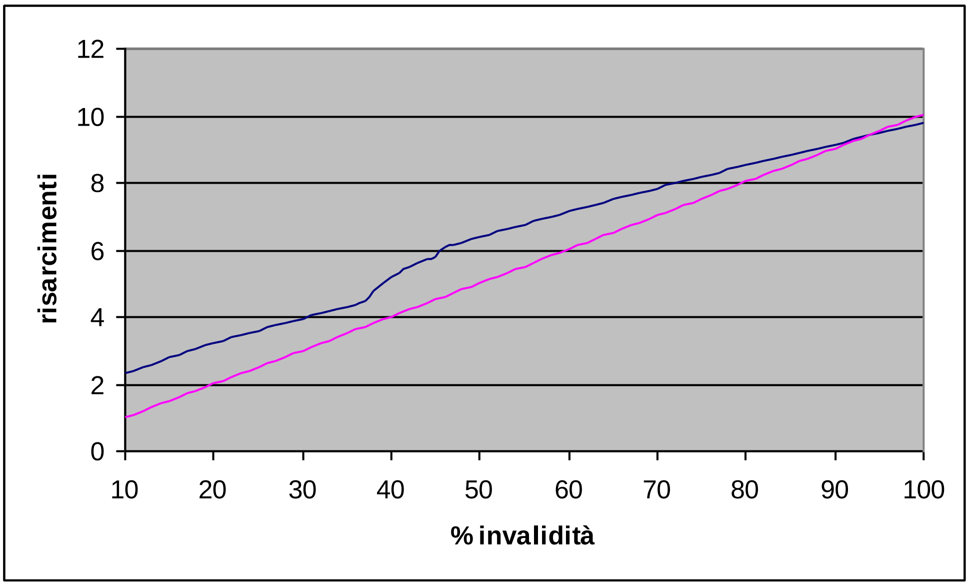
0	0,10	0,35	0,65	0,90	1	**1**	0	0,10	0,35	0,65	0,90	1
0	0,08	0,29	0,55	0,76	0,84	**0,8**	0	0,07	0,26	0,50	0,69	0,77
0	0,06	0,23	0,43	0,60	0,66	**0,6**	0	0,05	0,19	0,35	0,49	0,54
0	0,05	0,17	0,31	0,43	0,48	**0,4**	0	0,03	0,12	0,22	0,30	0,33
0	0,03	0,10	0,18	0,25	0,28	**0,2**	0	0,01	0,05	0,09	0,13	0,14
0	0	0	0	0	0	**0**	0	0	0	0	0	0
invalidità (%)							**invalidità (%)**					
0	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**		**0**	**0,2**	**0,4**	**0,6**	**0,8**	**1**

Il legislatore dichiara però espressamente che, a parità di aspettativa di vita, la tabella dei risarcimenti dovrà prevedere risarcimenti "più che proporzionali" al crescere dell'invalidità: questo significa che la funzione non potrà essere lineare ma dovrà prevedere potenze superiore a 1, ossia essere del tipo $y = ax^b$ con $b>1$. Una curva di tale genere presenta concavità rivolta verso l'alto. Inoltre la colonna degli incrementi Δy, a parità di incremento Δx prevede valori sempre crescenti, cosa che evidentemente non accade. (vedi terza colonna della tabella sotto)

Dalla tabella emerge invece quanto segue:

% inv	coeff	Δy	% inv	coeff	Δy	% inv	coeff	Δy
10	2,32							
11	2,38	0,06	41	5,34	0,16	71	7,92	0,07
12	2,49	0,11	42	5,48	0,14	72	7,99	0,07
13	2,59	0,10	43	5,60	0,12	73	8,06	0,07
14	2,69	0,10	44	5,71	0,11	74	8,12	0,06
15	2,79	0,10	45	5,81	0,10	75	8,19	0,07
16	2,88	0,09	46	6,07	0,26	76	8,25	0,06
17	2,97	0,09	47	6,15	0,08	77	8,32	0,07
18	3,06	0,09	48	6,23	0,08	78	8,39	0,07
19	3,14	0,08	49	6,31	0,08	79	8,46	0,07
20	3,22	0,08	50	6,39	0,08	80	8,52	0,06
21	3,3	0,08	51	6,46	0,07	81	8,59	0,07
22	3,38	0,08	52	6,54	0,08	82	8,65	0,06
23	3,46	0,08	53	6,62	0,08	83	8,72	0,07
24	3,54	0,08	54	6,69	0,07	84	8,78	0,06
25	3,61	0,07	55	6,77	0,08	85	8,85	0,07
26	3,68	0,07	56	6,85	0,08	86	8,91	0,06
27	3,75	0,07	57	6,92	0,07	87	8,97	0,06
28	3,82	0,07	58	6,99	0,07	88	9,04	0,07
29	3,89	0,07	59	7,07	0,08	89	9,1	0,06
30	3,96	0,07	60	7,14	0,07	90	9,16	0,06
31	4,03	0,07	61	7,21	0,07	91	9,22	0,06
32	4,09	0,06	62	7,29	0,08	92	9,29	0,07
33	4,16	0,07	63	7,36	0,07	93	9,35	0,06
34	4,22	0,06	64	7,43	0,07	94	9,41	0,06
35	4,28	0,06	65	7,50	0,07	95	9,47	0,06
36	4,34	0,06	66	7,57	0,07	96	9,53	0,06
37	4,45	0,11	67	7,64	0,07	97	9,59	0,06
38	4,76	0,31	68	7,71	0,07	98	9,65	0,06
39	4,99	0,23	69	7,78	0,07	99	9,71	0,06
40	5,18	0,19	70	7,85	0,07	100	9,77	0,06

la evidente discrepanza appare subito all'occhio osservando il grafico sotto



dove è stato simulato anche un grafico con b = 1,001 ovvero b è irrisoriamente sopra l'1 (la curva di equazione y =ax^{1,001} è praticamente indistinguibile dalla retta y =ax e tuttavia rispetterebbe il dettato, anche se non lo spirito, della legge).

Una curva "più che proporzionale" dovrebbe mostrare una concavità (per quanto minima) verso l'alto, cosa che si verifica solo nel breve intervallo 37-39.